

# 薄壳非线性稳定理论的最新发展

2

西安建筑科技大学 土木工程系 西安 00 2 五邑大学 土木工程系 江门 2 020

**摘要** 本文回顾了近代非线性薄壳稳定理论的发展历史 认为薄壳稳定理论的研究大体经历了三个阶段 第一阶段为针对完善结构的线性弹性理论 第二阶段为考虑结构几何缺陷的非线性弹性理论 第三阶段为考虑实际材料性能的非线性弹塑性理论。目前正在进入第四阶段 即开始考虑结构物理缺陷的影响。最新的三个主要研究方向是 非线性薄壳有限元分析方法 2 材料局部损伤过程对薄壳稳定性的影响 带裂纹薄壳的稳定性分析。文中分别就这三个方向的研究现状进行了调查分析 并对今后的研究趋势进行了展望。

**关键词** 薄壳 稳定性理论 非线性 薄壳有限元 塑性损伤 裂纹

中图分类号 2 文献标识码 文章编号 200 04 002 0

## Recent Development and Tendency of Nonlinear Theories of Stability for Thin-walled Shells

ZHOU Li<sup>1,2</sup>, HUANG Yi

2

00  
2 020

**Abstract:**

2

**Keywords**

### 1 薄壳非线性稳定理论与应用的发展

薄壳结构具有良好的薄膜张力效应和抗弯刚度 可以做到自身轻 承载力高 因而广泛应用于土木、机械、化工、航空和航海等工程领域 如屋盖、汽车、油罐、飞机和潜艇等。在静力或动力荷载作用下薄壳结构破坏的主要形式是屈曲失稳 且呈现强烈的突然性 常造成灾难性的事故。所以 薄壳结构由于失稳引起的安全性和耐久性问题是人们一直普遍关注的研究课题。

薄壳稳定性分析理论一直随着薄壳结构的日益广泛应用而不断得到发展。在上个世纪初 薄壳线性稳定分析理论开始形成 但就结构的极限承载力而言 其理论预计值与实际测试值还相差甚远。如对于轴压柱壳和外压球壳 通常其屈曲荷载的实验测试值是理论预测值的

2。围绕这一著名问题的研究 促使了现代薄壳结构非线性稳定理论的萌生和发展。4年 首次指出 应该用非线性大挠度理论计算薄壳的后屈曲状态才能确定临界荷载。年 和钱学森开辟了

收稿日期 200 0 24 收到修改稿日期 200 08

基金项目 广东省自然科学基金项目 040 4

作者

后屈曲性能的研究  
 次得到了轴压柱  
 大挠度稳定性理  
 临界点附近的后  
 构稳定性的一般  
 来被广泛传播的  
 失稳前应力的不  
 非线性前屈曲一  
 论的主要组成  
 重大差异认识  
 性解释还不  
 合分析现有理  
 性薄壳屈曲的  
 由问题中非  
 窄范围主要  
 挠度与程化  
 的高个渐进  
 理论的发展  
 范围  
 降、几何非  
 应用于薄  
 发展。  
 进一步  
 注意的  
 自由问  
 各  
 薄  
 第  
 究工  
 为  
 强  
 要有  
 可能  
 脚  
 缺陷  
 接头  
 及环  
 可缺陷  
 工程  
 网壳  
 述详  
 展大体  
 性

年薄壳元的研究发展情况。根据不同的薄壳理论、变形原理和克服自锁的手段 已开发出许多不同的有限元模式。高光藩和丁信伟 介绍了有关壳体有限元的分类情况 并对平板壳元、退化壳元和多变量壳元的特点进行了重点评述。各种有限元都有自己的特点和适用范围 目前还没有形成统一有效的壳元形式 薄壳元的研究热潮还将持续。壳体有限元研究的主要目标是提高计算精度和有效性。从工程实用的观点看 壳元应该描述一般的应变场 对任意的壳结构应该具有公式简单、计算有效、使用简便的特点 而且不会出现任何自锁现象。<sup>8</sup> 分析了现有两层节点固体壳元在计算中可能出现的各种自锁的原因和对策。具体内容如下

**剪切与薄膜自锁。** 固体壳元和退化固体壳元都存在这种奇异性 隐藏剪切和张力自锁的单元刚度非常大 当厚度趋于零时 就像被锁住一样。剪切自锁是由于在横向剪切应变作用下壳体两个表面的相对面内位移和中面横向位移的耦合效应引起的 而薄膜自锁则是由于在面内和薄膜应变作用下壳体两个表面的相对面内位移和中面面内位移的耦合效应引起的。因此剪切自锁在平面和曲面单元中都可能发生 而薄膜自锁仅发生在曲面单元中。

**厚度或 厚度自锁。** 纯弯曲薄壳 厚度方向的应力为零 厚度方向的应变与厚度坐标的度量成正比。退化壳元是建立在零厚度应力的假设的基础上的 本构关系中不包含厚度应力和应变。而固体壳元的厚度应变是由节点参数导出的 与厚度坐标无关。这种特性就导致单元的弯曲刚度过大 相当于用平面应变状态代替了实际的平面应力状态。收敛的挠度是其精确解乘以 $\psi$ 。故这种现象称为厚度自锁或 自锁或 厚度自锁。相应的消除方法是增强平面应力状态 降低材料刚度矩阵。

**梯形自锁或弯曲厚度自锁。** 曲壳节点方向不平行 梯形效应。宜采用假设的自然应变法处理。

**膨胀自锁或体积自锁。** 当材料是不可压缩或接近不可压缩时 发生体积自锁。宜采用增强假设应变法处理。

在几何非线性壳元模式中存在的困难之一就是有限转动问题。有限转动不能像转换位移那样来处理 因为转动并不具备三维空间中向量所具有的特性。处理壳有限转动的传统方法是采用两个转动自由度。 和

基于一转动增量向量 该向量没有相对奇异转动分量 的两个分量 建立了一个处理转动的方法。这些采用两转动自由度的方法可以事先排除转动奇异性 具有最小的自由度 因此是完备的和有效的。但也存在一些缺点 必须特别注意处理边界约束 因为在这些方法中转动自由度与局部坐标有关 对每一节点都是不同的。

在大应变弹塑性分析的本构模型中 下列问题是特别重要的

**变形梯度的乘法分解。** 在描述材料的弹塑性时

采用乘法分解法将变形梯度分解为纯弹性部分和纯塑性部分 这是一个公认的非线性弹塑性运动学概念。乘法分解意味着存在一种所谓的中间构形 即包含局部的转动。中间构形的转动问题可以利用塑性流动的微观力学来考虑 但在文献中仍然是没有完全解决的问题。例如基于对数 应变和能量共轭的转动 应力张量的弹塑性变形的本构关系需要确定 塑性转动 这可以通过假设零弹性和零塑性的铰来获得<sup>20-22</sup>。

**2 大弹性应变。** 假设弹性响应是各向同性的 且与塑性变形历史无关 那么大弹性应变就可以按照新近的类型材料模型来描述 将自由能分解为体积部分和偏部分<sup>2</sup>。该模型并未对变形幅度强加任何限制。

**各向同性与运动硬化现象。** 在有限弹性应变的弹塑性材料模型中考虑运动硬化 必然要涉及到变形过程中出现的塑性各向异性问题。假设在变形过程中卸载应力张量与加载应力张量共轴 该问题就可以被简化。在这种情况下 塑性各向异性不会在增量迭代求解中出现 而被认为是准各向同性的<sup>2-22,24,2</sup>。

**4 在壳分析中的应用。** 壳的方程通常是采用 参数运动模型来建立的。为了事先满足不可扩展条件 壳的控制参数都被转换为 参数。在弯曲控制情况下非弹性应变按层状分布考虑 这样材料性能沿壁厚就有明显的不同。为了精确预示这种情况下的应力 将上述壳运动学扩展为一个多层模型 并在各层界面上施加<sup>0</sup> 位移连续条件<sup>2-2</sup>。

和。<sup>28</sup> 针对大弹塑性变形的任意壳结构 介绍了一个严密的本构关系和有限元模式。考虑一般形式的各向同性和运动硬化 并采用变形梯度的乘法分解法建立了一个弹塑性材料模型。通过修正流动方向 考虑了运动硬化的各向异性。变形的弹性变分采用新近的类型材料模型以适应大应变的需要。为了精确的预示壳沿厚度方向的应力分布 采用了基于 参数壳理论的多层壳运动学以能够实现大应变和有限转动。为了避免在弯曲控制情况下的薄膜自锁和材料体积自锁 在整个塑性范围内 利用增强应变的概念改善单元位移。各种算例证明了该算法的有效性。

从全局来看 薄壳结构的数值模拟方法可以分为三大类 基于线性或非线性的壳理论的数值模拟 2 退化连续方法 直接的三维连续方法。

直接的三维连续方法从原理上讲是最简单、最精确的 但在应用方面普及率最低 几乎处于搁置状态。由 等人<sup>2-0</sup> 建立的多积分点六面体单元就是其中的代表。采用这种有限单元进行三维直接模拟 主要障碍有三 必须采用复杂的手段来避免所有可能的病态情况 2 需要在薄壳的厚度方向配置多层单元以获得比较精确的梯度场 可能降低离散系统的可调性和数值解的精度 总之 该法是非常不经济的 在模拟对象相同的情况

下直接法所需的单元数是壳理论法或退化法的 倍。

最广泛使用的数值算法应该属于所谓的退化连续方法例 和 <sup>2</sup>。与壳理论方法比退化方法更简单但对非线性大变形非弹性壳其模式仍然是非常复杂的。这主要是因为一些退化连续元面临着剪切自锁和薄膜自锁问题 和 。为了避免这样的数值病态现象不可避免的要采用复杂的混合模式例如“增强应变”模式或其它不协调单元方法。而且要嵌入像含损伤有限应变的热弹粘塑性这样的复杂本构关系是非常困难的甚至是不可能的。

和 <sup>4</sup> 试图采用窗函数 并基于无网格插值按照三维情况直接模拟薄壳或薄板结构的大变形行为。与以前类似的工作 相比该研究的进步在于采用了基于高阶无网格插值的窗函数并按照三维连续体直接模拟薄壳结构的大变形行为。针对三种不同材料本构关系的数值结果表明该法用于模拟薄壳结构的非常大变形过程是可行的。该法的优点是公式简单、精度提高不仅可以减轻剪切自锁、体积自锁以及由于小厚度和大转动引起的病态而且可以通过相当少的厚度方向的粒子不超过 个捕捉到厚度方向的梯度场。三维网格有限元直接方法正是由于缺乏这些能力而在发展中受阻的。

虽然还不能完全理解基于无网格插值的窗函数为什么具有如此卓越的性能但客观合理的解释是首先基于无网格插值的窗函数是一种“高阶的流型”

离散意味着离散场是高度光滑的通常要高于  $\Omega$ 。这种高度光滑的离散明显具有减轻由于最小尺寸模数引起的病态的趋势对计算无疑是有利的。特别是这里采用的“高阶的流型”离散能做到增加离散的光滑度而不增加系统的自由度或总粒子数。这在有限元插值中几乎是不可能的。这种特性说明特定的减少积分的对策是存在的可以做到减轻自锁同时避免欠秩。其次在大变形计算中无网格形函数支持相对大尺寸可以延迟网格扭曲奇异性。所以与有限元法相比这样的无网格计算能够允许非常大的变形而不需重新划分网格或重置粒子点。高阶有限元法也许具有无网格法的这些特性但是对于三维薄壳结构用有限元法构建高阶单元系统需要沿厚度方向设置更多的分布节点从而导致代数系统的不良状态。这可能就是高阶有限元法的计算实践很少在文献中报导的原因。

用无网格法模拟薄壳的非线性问题的研究是很有发展前景的。但目前还处在发展的初步阶段还需做进一步的比较研究定量评估其数值精度。

在薄壳非线性稳定性的有限元模拟研究方面近期的一些有特点的工作还有按发表时间有序

和 提出了一种适用于柱支撑回转壳的局部整体有限元模型。在一个结构分析中模型

包含了对称壳元、一般的壳元和柱元。在塔的对称部分采用对称的或回转的壳元而荷载和变形的不对称性通过适当的 谐函数来考虑在柱的支撑区域采用个别的柱元壳元来模拟介于对称区域和柱支撑区域之间的部分称为局部区域单元包括柱元和一般的壳元。另外壳的任何几何对称性偏差如不完整性和切口在局部区都很容易被考虑。有关局部整体有限元方法研究的最新进展可参见 和 的综述介绍。

<sup>8</sup>介绍了群理论在对称结构的非线性屈曲分析中的应用。研究发现板和回转壳的有限元模式的正交转换矩阵具有稀疏性在计算上提供了非常有效的对称转换利用群理论方法很容易处理计算中常常出现的病态条件问题。并指出了群理论有限元法今后的发展方向自动群分析<sup>2</sup>非对称问题的预调节并行计算<sup>4</sup>采用自动微分法对对称刚度块进行有效计算。

和 比较分析了三种4节点和节点有限元元在新近建立的具有自由度的有限变形壳理论中应用情况。该理论考虑了沿厚度的变化并采用了转动张量可以采用三维本构关系在具有向量结构的构形空间描述。单元既可以是应力杂交元、应变杂交元也可以基于非线性增强应变的概念的单元。不管是与中面变形有关的应变张量还是不协调增强应变场都是独立的变量。主要结论是网格正常时应力杂交元和增强应变元就是完全等效的节点单元虽然不如4节点经济但其更完备、对网格的畸变敏感性最小。

几何不完整性在薄壁结构屈曲承载力的评估中起着重要作用。由于这样的几何不完整性的形状和分布是随机变化的所以确定导致最小屈曲承载力的临界不完整性的位形就变得极具有挑战性。和 <sup>40</sup>采用了一种基于二进制遗传算法的优化技术和一种非线性有限元模型探讨了薄壁焊接结构的不完整性的临界位形。分析了轴压作用的圆柱壳和静水压力作用的锥形容器的非线性稳定性和相应的屈曲荷载。

和 <sup>4</sup>提出了一种简单的4节点应力组合壳单元 <sup>4</sup>。自由度有限元模式可以简单有效地考虑转动和截面偏心效应可用于分析加劲薄壳和无加劲薄壳。

和 <sup>42</sup>在材料坐标系中计算大转动<sup>4</sup>提出了一组新壳有限元模式。其中采用 假设和一种邻近单元间的插分技术考虑了薄膜和弯曲特性的耦合效应。因此这种单元被称为

。该法可以保持<sup>0</sup>连续性仅取单元的重心作为积分点而不需引入一个古典位移以外的其它变量从而节省了积分时间。

和 <sup>4</sup>建立了一种用于壳弹塑性大应变分析的 三角形有限元模式。在这种单元的边线中点上有可以绕边转动的变量。通过使用 进

行极分解 取得局部变形梯度 最终建立谐转动有限元模式。材料特性按照“ ”来描述 其中 已经被分解为主方向。借助于乘法分解 来处理塑性。与许多近期的 三角形单元模式相比 该模式对节点编号是保持不变的。

44 针对具有塑性或粘塑性软化行为的结构 基于本构关系残数提出了一种度量有限元计算质量的经验误差估计方法。分析了包括空间离散化、时间离散化和迭代过程等在内的各种误差因素。

### 3 材料分布损伤对薄壳稳定性的影响

现代固体力学认为 结构的破坏是损伤累积超过一定限度的结果。随着荷载的增加 固体首先在局部发生材料尺度的破坏 本文统称细观损伤 这些细观损伤在尺寸和数量不断增加 最终汇合成可见的构件横截面尺度的宏观裂纹。

细观损伤反映了结构破坏的开始状态 通常是在连续损伤力学 的框架内研究的。对损伤力学各种方法的全面分析可以参见 的综述<sup>4</sup>。在中 细观损伤通常是通过一个典型的材料体积元来模糊或平均化近似考虑的。延性金属材料的细观损伤通常表现为微空穴、微裂纹和微剪切带 其中各向同性损伤过程又分为空穴形核、扩张和聚合三个阶段。从<sup>4</sup> 在损伤学科的开创性工作以来<sup>4</sup>、<sup>4</sup> 和<sup>48</sup> 首先提出了分析微空穴扩张状态的理论模型 后来<sup>4</sup>、<sup>0</sup>、<sup>、</sup>和<sup>2</sup> 和

进一步发展了各种不同的小应变损伤模型。为了更客观地描述材料的延性破坏过程 近 0 多年又建立一些适用于大应变的损伤模型<sup>4</sup>。上述各种损伤模型都涉及多个难以确定的材料参数,而定量测定这些细观参数 如位错密度、空穴形核率等 实际上是非常困难的 所以这些模型仍然很难在工程实际中得到采用。

为了避免这一难以处理的问题 通常都简单地用局部材料的刚度减少来表征损伤。如采用弹性模量的变化来定义损伤变量  $D = E_0/E$ , 其中  $E_0, E$  分别为损伤前后局部材料弹性模量的变化。<sup>、</sup>等人 借助于内变量的单侧约束来描述损伤。如果约束被破坏 局部弹性张量的特征值降低 最终引起材料刚度损失。这种方法抛弃追踪具体的损伤过程 可容易地通过合理地选择约束来反映不同的损伤类型。可是 由于不能事先知道在整个物体中材料约束破坏是否发生和在哪里发生 所以问题是非线性的 需要采用迭代法予以求解。具体迭代法的过程包括 在初始无损伤状态下计算内变量场<sup>2</sup> 在约束破坏的位置降低材料的刚度。重复这一过程直到平衡条件和约束条件得到满足。对于一个给定的荷载 迭代最终的微结构就是损伤后的结构。

值得注意的是 损伤的理论研究从一开始就主要集中在材料尺度的破坏演化 最多是基于单个试件 几乎完全忽略了局部损伤对整体结构的影响。另一方面 整体结构的破坏模型又都是基于一个完备的固体力学场观点 相应的设计公式很少定量考虑材料或横截面尺度损伤的累积过程 不能捕捉初始损伤、服役中形成的损伤、化学的或力学的劣化等因素对结构完善性和安全性的影响。然而现代结构力学是能够追踪损伤过程的 直到结构使用寿命结束。<sup>和</sup><sup>8</sup> 提出了一个结构损伤的表征方法 基本思想是 材料点尺度的局部损伤和劣化在结构尺度的宏观反映 即整体结构损伤度量 可以严格地从当前结构切线刚度的降低来表征。该结构损伤变量的定义为

$$D_i(V, d) = - \frac{\lambda(V, d)}{\lambda(V_0, d=0)}$$

其中  $V$  是位移向量,  $d$  是损伤内变量,  $\lambda ( \leq i \leq m)$  为结构的特征谱,  $m$  为结构自由度。这种从结构尺度定量描述材料劣化过程的理论 为促使连续损伤力学 在工程设计中的应用开辟了广阔的前景。损伤变量  $D$  在 0 之间变化 就能用于评估结构的实际工作状态的安全性。该文还给出了该损伤理论在钢筋混凝土梁和大型壳的应用算例。

损伤力学在薄壳结构中的直接应用研究才刚刚开始不久 发表的论文也不多。考虑材料损伤影响、模拟板壳极限承载力特性的研究就更少了。<sup>和</sup><sup>0</sup> 从 原创的损伤模型出发 首先对变形梯度进行乘法分解 再利用耦合空壳的超弹性本构关系来修正使用性模型 使其<sup>、</sup>

概念  
萌芽  
机理  
整合  
的工程

4

位移  
的。  
用理  
壳的

在对  
数展  
伸和  
个应  
切变  
采用  
人率  
转个

提土  
现裂  
应力  
发生  
尖屈

理论  
壳的  
非单  
微分  
后来  
用的  
受拉

理论  
论的  
场的  
裂尖

口  
在坡  
述中  
的分  
塑性  
向穿  
的损  
载力通  
组合条  
屈曲特  
研究了一个  
其世界荷  
研究无限  
伸下屈曲  
收并承油  
长度对加  
和  
穿透  
句和拉  
用有限  
作  
长  
多

端 2002  
强度与环  
沈惠申 2002

出定 4  
些  
周承侗 薄

首  
的影响  
在结  
研究

2 4  
2000

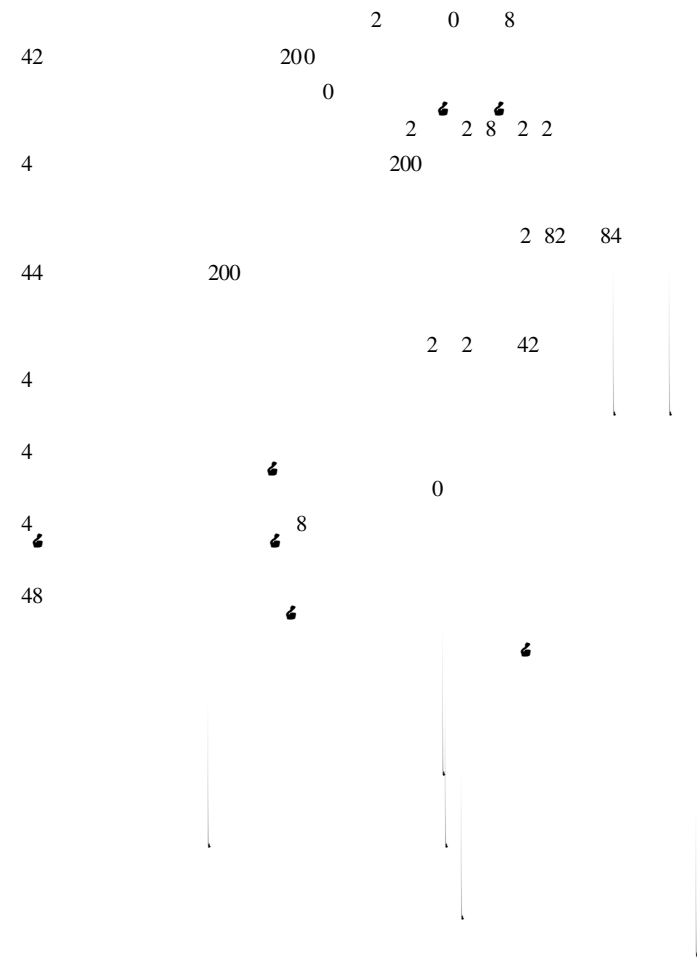


400

208

2





|    |                                |    |     |          |
|----|--------------------------------|----|-----|----------|
| 8  | 柳春图 蒋持平 2000 板壳断裂力学 北京 国防工业出版社 | 8  | 200 | 0 4 2 4  |
| 80 | 2 22 2                         | 8  | 4   | 4 4 0 04 |
| 8  | 2004                           | 88 | 8   | 2 42 48  |
| 82 | 40 8 8 8 8                     | 8  | 8   | 8        |
| 8  | 2 4 4                          | 0  | 8   | 2 8 2402 |
| 84 | 2 22                           | 8  | 4 2 | 2 4      |
| 8  | 2 2 2                          | 2  | 200 | 42       |
|    |                                |    |     | 4 40 4   |

## 第4届钢结构国际研讨会

200 年 月 日 日 韩国 首尔

主办 韩国钢结构协会 国际钢结构杂志

第一、二、三届钢结构国际研讨会分别于 2000 年、2002 年及 200 年在韩国首尔顺利召开 由韩国钢结构协会和国际钢结构杂志共同主办 研讨会旨在为钢结构的研究和应用方面提供一个平台 欢迎广大科研工作者和工程师们来参会并互相交流钢结构方面的新概念、新进展以及钢结构方面的经验。

本次会议聚焦“钢结构中的创新技术” 包括 但不限于 下列主题

桥梁工程 框架结构分析 施工及管理 组合 混合结构 计算机辅助设计 连接 腐蚀 灾害评估 设计规范 动力性能 地震 风工程 制作 疲劳 断裂力学 抗火结构 楼板振动 轻型结构 维护 非线性性能 海上结构 优化 可靠度 智能结构 稳定性 不锈钢 可持续性 无约束支撑体系 焊接

会议重要日期如下

200 年 月 日前 论文摘要截止 200 年 4 月 0 日前 发出摘要接受通知  
 200 年 月 日前 论文全文截止 200 年 8 月 日前 发出论文接受通知  
 200 年 月 0 日前 会议预注册

如希望参加会议并获得更多信息 可按以下方式联系

0 8 8 20  
 82 2 400 0 82 2 400 04